

Вопросы к зачету. 10 а класс. Май 2015.

Часть 1 (производная).

1. Задача о скорости, задача о касательной. Определение производной как предела. Примеры: производная x^n , скорость роста x^n , касательная к x^n . Связь существования производной и непрерывности в точке.
2. Определение дифференцируемости функции в точке. Эквивалентность дифференцируемости и существования производной. Производная многочлена.
3. Касательная. Определение. Критерий ее существования. Уравнение касательной. Производная a^x .
4. Производная суммы и произведения. Производная $\arcsctg x$.
5. Производная частного. Производная $\arctg x$. Производная $\arccos x$.
6. Производная $\arcsin x$. Производная $\ln x$.
7. Теорема Ферма. Теорема Ролля.
8. Теорема Лагранжа (формула конечных приращений). Производная $\operatorname{ctg} x$.
9. Критерий постоянства функции. Производная x^x . Достаточное условие экстремума (в терминах первой производной). Производная $\cos x$.
10. Критерий возрастания функции. Достаточное условие строгого возрастания функции. Производная $\log_a x$.
11. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума (в терминах второй производной). Производная $\arcsin x$.
12. Выпуклые функции. Определение. Понятие средней скорости. Теорема о связи выпуклости и средней скорости. Критерий выпуклости в терминах второй производной.

Часть 2 (общее).

1. Обратные тригонометрические функции. Простейшие тригонометрические уравнения. Некоторые тождества для обратных тригонометрических функций.
2. Формулы синуса суммы и разности, косинуса суммы и разности.
3. Формулы двойного и половинного угла.
4. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и обратно.
5. Метод вспомогательного аргумента. Тангенс и котангенс. Их оси. Нахождение тригонометрических функций через данную.
6. Арифметическая прогрессия. Геометрическая прогрессия.
7. Число перестановок, число размещений, число сочетаний. Свойства сочетаний.
8. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля.
9. Теорема Виета и обратная теорема Виета для многочленов 2 степени.
10. Логарифм. Определения. Основные свойства.
11. График логарифма и показательной функции. Формула перехода к другому основанию.

Часть 3 (непрерывность и пределы).

1. Определение предела в точке по Коши и по Гейне. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$. Предел произведения функций.
2. Теорема о локальной ограниченности, стабилизации знака функции, имеющей предел. Эквивалентности $\cos x - 1$, $\arcsin x$, $\ln(x+1)$.
3. Предел частного функций. Непрерывность $\sin x$.
4. Непрерывность $\cos x$, $\arcsin x$. Теорема о пределе композиции с контрпримером.
5. Лемма о вложенных промежутках. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши. Эквивалентность $\log_a(1+x)$.
6. Теорема о предельном переходе в неравенстве. Первая теорема Вейерштрасса. Непрерывность $\cos x$.
7. Вторая теорема Вейерштрасса. Эквивалентность $a^x - 1$. Предел суммы функций.
8. Эквивалентные функции. Теорема о замене на эквивалентную в произведении. Вопрос о замене на эквивалентную в сумме. Эквивалентности $\sin x$, $\arctg x$, $e^x - 1$.
9. Определение предела последовательности. Теорема о единственности предела. Вывод $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n$ при $0 < q < 1$ (два способа).
10. Теорема о сжатой последовательности. Непрерывность синуса. Связь ограниченности и сходимости. Теорема о предельном переходе в неравенствах. Вывод $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a}$ ($a > 0$).
11. Теорема о произведении ограниченной на бесконечно малую. Вывод $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$.
12. Теоремы о пределе суммы и произведения.
13. Теорема о пределе частного. Вывод $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n!}$.
14. Аксиома полноты. Точные верхняя и нижняя границы. Теорема о верхней границе. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Неравенство Бернулли.