

Задачи для подготовки к контрольной работе. Непрерывность.

1. Найдите предел и докажите по определению:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} x^3$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2 \cdot \sin x}{x^2 + 2x - 3}$.

2. Вычислите пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{2x^2 + 10x + 1} - \sqrt[7]{x^2 + 10x + 1}}{x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}{2x - \pi}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 3x}{\sqrt[3]{1 + \sin^2 x}}$.

3. Функция непрерывна на промежутке $[\pi; +\infty)$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = e$. Докажите, что функция ограничена на $[\pi; +\infty)$.

4. Выяснить, существуют ли значения a и b , при которых функция f непрерывна на

своей области определения. $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2}{x^2-1}, & |x| \neq 1 \\ a, & x = -1. \\ b, & x = 1 \end{cases}$

5. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, то $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$, такое что $0 < |x' - a| < \delta, 0 < |x'' - a| < \delta \Rightarrow |f(x') - f(x'')| < \varepsilon$.