

15. Задание 13 № 510092. а) Решите уравнение  $\sin 2x + \sqrt{2} \sin x = 2 \cos x + \sqrt{2}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

16. Задание 14 № 510093. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  все рёбра равны 4. На его ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB = 3$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что  $A_1 P : PB_1 = 2:1$ , где  $P$  — точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1 B_1$ .

б) Найдите угол наклона плоскости  $\alpha$  к плоскости грани  $BB_1 C_1 C$ .

17. Задание 15 № 510094. Решите неравенство  $\log_5^2(25 - x^2) - 3 \log_5(25 - x^2) + 2 \geq 0$ .

18. Задание 16 № 510095. Дана равнобедренная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $AB$  как на диаметре, касается боковой стороны  $CD$  и второй раз пересекает большее основание  $AD$  в точке  $H$ , точка  $Q$  — середина  $CD$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $DQOH$  — параллелограмм.

б) Найдите  $AD$ , если  $\angle BAD = 75^\circ$  и  $BC = 1$ .

19. Задание 17 № 510096. Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $3t$  единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $4t$  единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей.

Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

20. Задание 18 № 510097. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0, \\ x + y - a = 0. \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

21. Задание 19 № 510098. На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 363. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 2 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.