2.68. Запишите уравнение пучка прямых, проходящих через точку $M(-3;\ 5)$; выберите из них прямые, пересекающие ось Oy на расстоянии 2 от начала координат.

2.69. Запишите общее уравнение прямой, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 5 + 3t\ (t \in \boldsymbol{R}). \end{cases}$$

2.70. Запишите общее уравнение прямой, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 7 - 5t, \\ y = 8t\ (t \in \boldsymbol{R}). \end{cases}$$

2.71. Запишите параметрические уравнения прямой $5x - 3y + 8 = 0$.

2.72. Запишите параметрические уравнения прямой $7x + 3y - 11 = 0$.

2.73. Определите взаимное расположение прямых

$$3x - 4y + 7 = 0 \text{ и } 6x - 8y + 1 = 0.$$

2.74. Определите взаимное расположение прямых

$$5x + 3y - 1 = 0 \text{ и } 8x - 3y + 2 = 0.$$

2.75. Определите взаимное расположение прямых

$$7x - 8y + 2 = 0 \text{ и } 4y - 3{,}5x - 1 = 0.$$

2.76. Определите взаимное расположение прямых

$$y = 3x + 7 \text{ и } y = 3x - 5.$$

2.77. Определите взаимное расположение прямых

$$y = -2x - 11 \text{ и } y = 5x + 3.$$

2.78. Прямая задана уравнением $y = 6x - 3$. Составьте уравнение прямой:

а) проходящей через точку $M(7;\ -11)$ параллельно данной прямой;

б) проходящей через начало координат параллельно данной прямой.

2.79. Найдите точку пересечения прямых

$$7x + 3y - 10 = 0 \quad \text{и} \quad 5x - 2y - 3 = 0.$$

2.80. Найдите точку пересечения прямых

$$y = 3y - 5 \quad \text{и} \quad y = 8x + 7.$$

2.81. Найдите точку пересечения прямых

$$3x + 5y - 11 = 0 \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = 2t, \\ y = 3 - t, \end{cases} \quad \text{где } t \in \boldsymbol{R}.$$

2.82. Найдите точку пересечения прямых

$$\begin{cases} x = 5 - 3t, \\ y = 2 + 5t, \end{cases} \quad \text{где } t \in \boldsymbol{R},$$

и

$$\begin{cases} x = 2 + 3u, \\ y = 7 - 2u, \end{cases} \quad \text{где } u \in \boldsymbol{R}.$$

2.83. Напишите уравнение прямой, перпендикулярной прямой $3x - 4y + 5 = 0$ и проходящей через точку $M(-7; 8)$.

2.84. Напишите уравнение прямой, перпендикулярной прямой $5x + 3y - 1 = 0$ и проходящей через точку $M(1; 1)$.

2.85. Докажите, что прямые $ax + by + c = 0$ и $bx - ay + d = 0$ перпендикулярны.

2.86. Докажите, что прямые

$$\begin{cases} x = x_1 + \alpha t, \\ y = y_1 + \beta t \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = x_2 + \beta t, \\ y = y_2 - \alpha t, \end{cases} \quad \text{где } t \in \boldsymbol{R},$$

перпендикулярны.

2.87. Составьте уравнения прямых, содержащих стороны, медианы и высоты треугольника ABC, если $A(1; 3)$, $B(1; 5)$, $C(2; 7)$.

2.88. Составьте уравнения прямых, содержащих стороны, медианы и высоты треугольника ABC, если $A(0; 3)$, $B(2; 4)$, $C(8; -7)$.

2.89. Найдите точку пересечения прямой, заданной уравнением $3x - 4y + 2 = 0$, с перпендикуляром, опущенным на нее из точки $M(1; -1)$.

2.90. Найдите расстояние от точки $M(1; -1)$ до прямой $3x - 4y + 2 = 0$.

2.91. Докажите, что расстояние от точки $M(x_0; y_0)$ до прямой $ax + by + c = 0$ можно вычислить по формуле $\rho = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

2.92. Найдите расстояние от точки $N(-1; 3)$ до прямой $5x - 12y - 11 = 0$.

2.93. Найдите расстояние от точки $K(2; 7)$ до прямой $24x + 7y - 48 = 0$.

2.94. Найдите расстояние между прямыми

$$3x - 4y + 11 = 0 \text{ и } 3x - 4y - 5 = 0.$$

2.95. Найдите расстояние между прямыми

$$y = 3x + 7 \text{ и } y = 5x - 8.$$

2.96. Найдите геометрическое место точек M таких, что $AM = BM$, если: а) $A(3; -7)$, $B(5; 11)$; б) $A(2; -4)$, $B(-2; 8)$.

2.97. Дан треугольник ABC, где $A(1; 3)$, $B(5; -7)$ и $C(-1; 9)$. Найдите уравнения прямых, содержащих его медианы, и покажите, что все они проходят через одну точку.

2.98. Дан треугольник ABC, где $A(1; 3)$, $B(5; -7)$, $C(-1; 9)$. Найдите уравнения прямых, содержащих его высоты, и покажите, что все они проходят через одну точку.

2.99. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $M(4; 6)$ и отсекающей от положительных полуосей координат треугольник с суммой катетов, равной 20.

2.100. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $M(-4; 8)$ и отсекающей от положительных полуосей координат треугольник с суммой катетов, равной 8.

2.101. Составьте уравнение множества точек M, равноудаленных от прямых

$$3x - 4y + 7 = 0 \text{ и } 4x + 3y - 8 = 0.$$

2.102. Составьте уравнение множества точек M, равноудаленных от прямых

$$y = 3x - 2 \text{ и } y = -3x + 3.$$

2.103. Дана трапеция $ABCD$, где $A(0;\ 0)$, $B(5;\ 8)$, $C(5;\ 12)$ и $D(0;\ 24)$.

а) Составьте уравнения прямых, содержащих ее диагонали, и найдите точку их пересечения M.

б) Составьте уравнения прямых, содержащих ее боковые стороны, и найдите точку их пересечения K.

в) Докажите, что прямая MK проходит через середины оснований AD и BC трапеции.

2.104. На прямой $5x - 3y + 2 = 0$ возьмите две произвольные точки A и B. Запишите координаты вектора $\overline{AB}$, выясните зависимость между его координатами и коэффициентами при x и y в уравнении прямой.

2.105. Даны точки $A(-7;\ 8)$, $B(5;\ 3)$, $C(x;\ y)$. Запишите зависимость между x и y, если векторы $\overline{AC}$ и $\overline{AB}$ коллинеарны. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки A и B. Сравните полученные результаты.

2.106. Дано уравнение прямой $ax + by + c = 0$. Найдите координаты какого-либо вектора, коллинеарного данной прямой.

2.107. Дан вектор $\overline{m}\{m_1;\ m_2\}$. Напишите уравнение какой-либо прямой, коллинеарной данному вектору.

2.108. Прямая задана параметрически:

$$\begin{cases} y = y_0 + \alpha t, \\ x = x_0 + \beta t, \end{cases}$$

где $t \in \boldsymbol{R}$. Найдите координаты какого-либо вектора, коллинеарного данной прямой.

2.109. Дан вектор $\overline{m}\{m_1;\ m_2\}$. Напишите параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $A(x_0;\ y_0)$ и коллинеарной данному вектору.

2.110. Даны прямые $y = 7x - 5$ и $y = 7x + 11$. Найдите координаты такого вектора $\overline{AB}$, что точка A лежит на первой прямой, точка B — на второй прямой, и вектор $\overline{AB}$ коллинеарен вектору $\overline{a}\{1;\ 2\}$.

2.111. Найдите координаты вектора $\overline{OA}$, если он сонаправлен с вектором $\overline{b}\{1;\ 2\}$, точка O имеет координаты (0; 0), а точка A лежит на параболе $y = x^2 - 4x + 5$.

2.112. Найдите расстояние от точки $M(3;\ 8)$ до прямой $3x - 4y - 1 = 0$.

2.113. Даны уравнения прямых: $3x + 4y - 9 = 0$ и $12x + 9y - 8 = 0$. Найдите уравнения биссектрис углов, образованных этими прямыми.

2.114. Выведите формулу для определения косинуса угла между прямыми $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ и $a_2x + b_2y + c_2 = 0$.