



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
18 НОЯБРЯ 2023 г. I тур 8 класс 1 вариант

1. В школе №1 посёлка Метёлкино 800 мест, а учится 1450 учеников, а в школе №2 — 900 мест, а учится 1350 учеников. Если бы треть девочек из школы №1 перешла в школу №2, то обе школы оказались бы переполнены на одинаковое число детей. После того, как в Метёлкино построили школу для девочек на 1300 мест, выяснилось, что можно перераспределить детей по школам так, что переполненных школ не будет. Какое наименьшее число девочек могло учиться в школе №2 до постройки новой школы?

2. Для положительных чисел  $a \geq b \geq c$  докажите, что

$$3a^2 + 5bc \geq 3b^2 + 5ac.$$

3. Федя изучает некое натуральное число  $N$ . Он утверждает, что при любом разбиении числа 4000 в сумму двух различных натуральных слагаемых число  $N$  делится ровно на одно из них. Докажите, что он ошибается.

4. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $BL$ . На отрезке  $CL$  выбрана такая точка  $E$ , что  $CL \cdot EL = AL^2$ . Оказалось, что  $BC = CE + AB$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

5. Из белой доски  $100 \times 100$  вырезали клетки, лежащие на пересечении строк с четными номерами и столбцов с нечетными номерами. За один ход Катя закрашивает две соседние по стороне (невырезанные) клетки доски: одну в красный цвет, а другую — в зеленый. Уже закрашенную ранее клетку разрешается закрашивать снова (в том числе и в другой цвет), но каждую клетку можно закрашивать не более двух раз. Краски непрозрачные: например, клетка, покрашенная красным поверх зеленого, становится красной. Какое наибольшее количество зеленых клеток может оказаться на доске через несколько ходов?

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

[www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [olymp.academtalant.ru](http://olymp.academtalant.ru)



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
18 НОЯБРЯ 2023 г. I тур 8 класс 2 вариант

1. В школе №1 города Мушкетёрск 800 мест, а учится 1250 учеников, а в школе №2 — 700 мест, а учится 1350 учеников. Если бы пятая часть мальчиков из школы №2 перешла в школу №1, то обе школы оказались бы переполнены на одинаковое число детей. После того, как в Мушкетерске построили школу для мальчиков на 1300 мест, выяснилось, что можно перераспределить детей по школам так, что переполненных школ не будет. Какое наименьшее число мальчиков могло учиться в школе №1 до постройки новой школы?

2. Для положительных чисел  $x \leq y \leq z$  докажите, что

$$3x^2 + 7yz \geq 3y^2 + 7xz.$$

3. Саша изучает некое натуральное число  $M$ . Он утверждает, что при любом разбиении числа 2000 в сумму двух различных натуральных слагаемых число  $M$  делится на одно из них и не делится на другое. Докажите, что он ошибается.

4. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AK$ . На отрезке  $CK$  выбрана такая точка  $D$ , что  $BK^2 = CK \cdot DK$ . Оказалось, что  $CD + AB = AC$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

5. Из белой доски  $200 \times 200$  вырезали клетки, лежащие на пересечении строк с нечетными номерами и столбцов с четными номерами. За один ход Андрей закрашивает две соседние по стороне (невырезанные) клетки доски: одну в синий цвет, а другую — в красный. Уже закрашенную ранее клетку разрешается закрашивать снова (в том числе и в другой цвет), но каждую клетку можно закрашивать не более двух раз. Краски непрозрачные: например, клетка, покрашенная красным поверх синего, становится красной. Какое наибольшее количество красных клеток может оказаться на доске через несколько ходов?

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

[www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и [olymp.academtalant.ru](http://olymp.academtalant.ru)