Скалярное и косое произведение

Скалярное произведение — функция двух векторов $(\vec{a}, \vec{b}) \to \mathbb{R}$. Обозначается так:

$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$

Если вектора на плоскости заданы координатами $\vec{a} = (a_x, a_y)$ и $\vec{b} = (b_x, b_y)$, то скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вычисляется по формуле:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y$$

Скалярное произведение — симметричная функция, т.е.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

Нам интересны следующие случаи:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow$ вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ортогональны;
- $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \Leftrightarrow$ угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ тупой;
- $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \Leftrightarrow$ угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ острый.

Косое произведение — функция двух векторов $(\vec{a}, \vec{b}) \to \mathbb{R}$. Обозначается так:

$$[\vec{a}, \vec{b}]$$

Термин "косое произведение" скорее программистский сленг. Это плоский аналог векторного произведения — стандартного математического термина. Ещё используют термин "псевдоскалярное произведение".

Если вектора на плоскости заданы координатами $\vec{a} = (a_x, a_y)$ и $\vec{b} = (b_x, b_y)$, то косое произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вычисляется по формуле:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_y - a_y b_x$$

Косое произведение — антикоммутативная функция, т.е.

$$[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$$

Нам интересны следующие случаи:

- $[\vec{a}, \vec{b}] = 0 \Leftrightarrow$ вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны;
- $[\vec{a}, \vec{b}] > 0 \Leftrightarrow$ направление кратчайшего поворота от вектора $\vec{a}$ к вектору $\vec{b}$ происходит *против* часовой стрелки;
- $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \Leftrightarrow$ направление кратчайшего поворота от вектора $\vec{a}$ к вектору $\vec{b}$ происходит *по* часовой стрелке.