Школьный этап Всероссийской олимпиады по математике

октябрь 2020

В 4 и 5 классах олимпиада длилась 60 минут, в 6–8 классах — 90 минут, в 9–11 классах — 120 минут.

Для каждого номера задания составители подготовили несколько версий задач. Под каждым номером участнику случайным образом выдавалась одна из версий. Таким образом, у каждого школьника был свой вариант олимпиады. Далее для каждого номера приведена только одна версия задачи.

Содержание

4 класс

Задача 4.1. Аня загадала трёхзначное число, Вера — четырёхзначное число, а Света — пятизначное число. Они выписали свои числа в некотором порядке и получили следующее выражение:

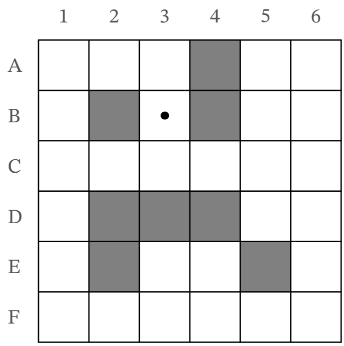
$$410790500843.$$

Какое число загадала Света?

Задача 4.2. На рисунке ниже изображён план замка: белые квадратики — открытые для посещения комнаты, чёрные квадратики — закрытые для посещения комнаты. Между любыми двумя соседними комнатами есть дверь.

Турист начал обход в комнате B3. Он обошёл несколько комнат, открытых для посещения, побывав в каждой не более одного раза.

Оказалось, что турист не зашёл ровно в одну комнату, открытую для посещения. В какую?



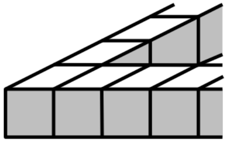
Задача 4.3. На острове племени Мумбо-Юмбо 7 кокосов стоят столько же, сколько 4 банана, а 2 банана на 8 монет дороже, чем 3 кокоса. Сколько монет стоит банан?

Задача 4.4. Четверо гномов — Альберт, Брок, Вренн и Глоин — спорили, у кого больше золота. Каждый из них сказал по одной фразе:

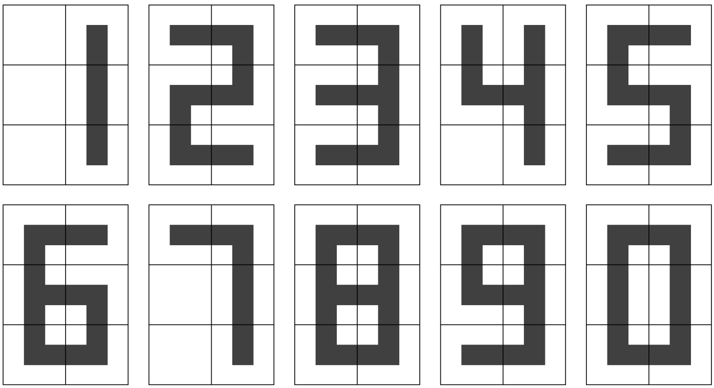
- Альберт: «У меня не больше всех и не меньше всех золота.»
- Брок: «У меня не меньше всех золота.»
- Вренн: «У меня больше всех золота.»
- Глоин: «У меня меньше всех золота.»

Известно, что у любых двух гномов разное количество золота, и ровно один из четырёх гномов соврал. У кого из гномов больше всех золота? У кого из гномов меньше всех золота?

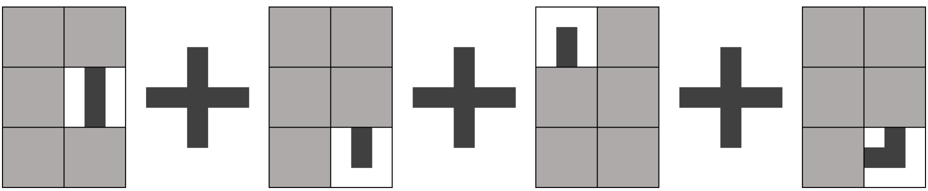
Задача 4.5. Из 44 кубиков Лёва сложил квадратную рамку (часть рамки изображена на рисунке). Сколько ещё кубиков понадобится Лёве, чтобы полностью заполнить в один слой внутреннюю часть рамки?



Задача 4.6. На инженерном калькуляторе цифры отображаются так, как показано на рисунке ниже.



Лёня на калькуляторе сложил четыре *различных* однозначных числа. Но у калькулятора сломался экран, поэтому пример выглядел так, как показано на следующем рисунке. Какая максимальная сумма могла получиться?



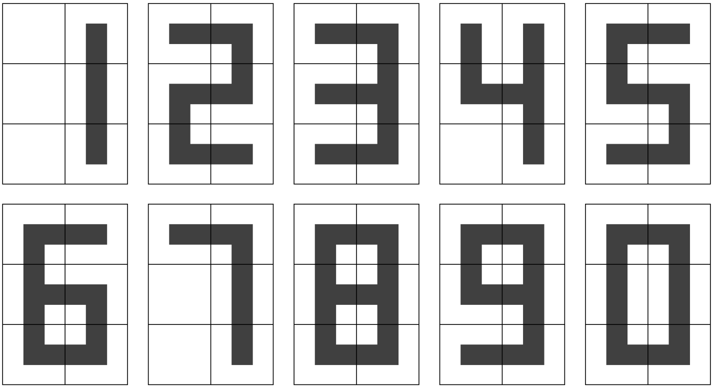
Задача 4.7. Если закопать 1 золотую монету на Поле Чудес, то на следующий день можно либо выкопать 8 золотых монет, либо не найти ничего.

У Буратино была 1 золотая монета. В течение 100 дней он каждый день закапывал по одной монете на Поле Чудес. В конце у него оказалось ровно 5 золотых монет. Сколько раз Буратино выкапывал 8 золотых монет?

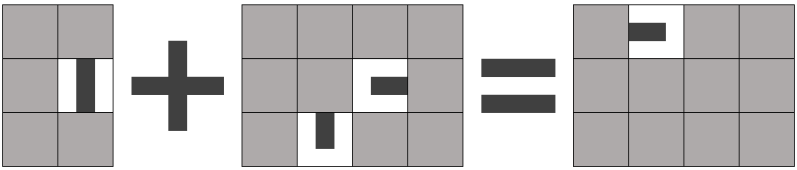
Задача 4.8. На доске написано 20 различных чисел. Полина к некоторым числам прибавила 1, к некоторым — 12, а ко всем оставшимся — 123. Среди новых 20 чисел могли появиться одинаковые. Какое наименьшее количество различных чисел могло быть среди новых чисел?

5 класс

Задача 5.1. На инженерном калькуляторе цифры отображаются так, как показано на рисунке ниже.

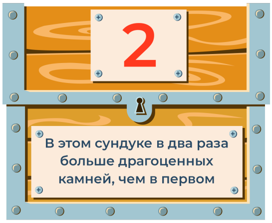


Лёня на калькуляторе прибавил к однозначному числу двухзначное число и получил двухзначное число. Но у калькулятора сломался экран, поэтому пример выглядел так, как показано на следующем рисунке. Восстановите пример.



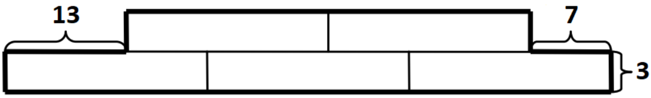
Задача 5.2. Высота красного кубика составляет 2 см, высота синего кубика — 3 см, высота зелёного кубика — 4 см. Петя построил из 8 кубиков башенку высоты 23 см. Какое наибольшее количество зелёных кубиков могло быть использовано при строительстве башенки?

Задача 5.3. У Кощея Бессмертного есть три сундука с драгоценными камнями, на каждом сундуке есть надпись.



Все надписи на сундуках верны. Сколько драгоценных камней лежит во втором сундуке?

Задача 5.4. Женя сложил из пяти одинаковых прямоугольников фигуру и измерил длины трёх отрезков (см. рисунок). Чему равен периметр фигуры?



Задача 5.5. Какое наибольшее натуральное число подходит под все три условия?

- Если оно делится на 3, то оно лежит между 50 и 59 включительно.
- Если оно не делится на 4, то оно лежит между 60 и 69 включительно.
- Если оно не делится на 6, то оно лежит между 70 и 79 включительно.

Задача 5.6. На острове лилипутов имеются в обращении только монеты в 6 и 12 тугриков.

Если Гулливер возьмёт все свои монеты номиналом 6 тугриков, то ему не хватит 90 тугриков, чтобы купить 6 овец.

Если Гулливер возьмёт все свои монеты номиналом 12 тугриков, то ему не хватит 90 тугриков, чтобы купить 7 овец.

Если Гулливер возьмёт все свои монеты, то ему не хватит 90 тугриков, чтобы купить 8 овец.

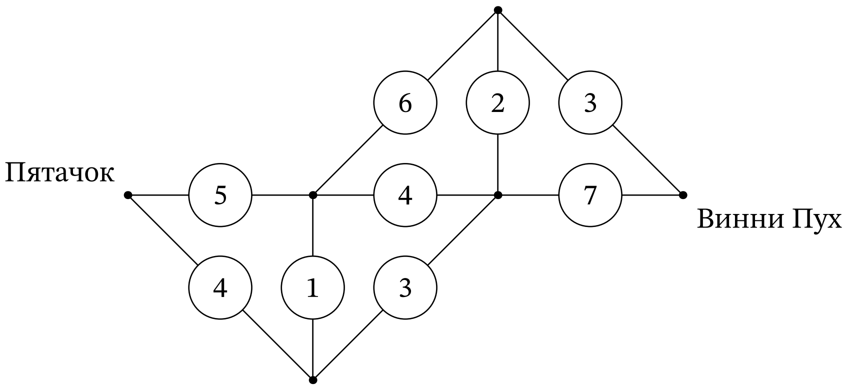
Сколько тугриков стоит одна овца? (Все овцы стоят одинаково.)

Задача 5.7. Четверо друзей: Андрей, Борис, Вячеслав и Геннадий работают архитектором, баристой, ветеринаром и гитаристом. Андрей выше архитектора на 3 сантиметра, Борис выше баристы на 5 сантиметров, Вячеслав выше ветеринара на 8 сантиметров. Кто выше: Геннадий или гитарист? И на сколько сантиметров?

Задача 5.8. По кругу лежат 35 шариков, каждый из которых покрашен в какой-то цвет. Известно, что среди любых 6 подряд идущих шариков встречаются шарики не более чем трёх различных цветов. В какое наибольшее количество цветов могут быть покрашены шарики?

6 класс

Задача 6.1. На рисунке ниже изображена схема дорог между домом Пятачка и домом Винни-Пуха. На схеме указана стоимость проезда в рублях между каждой парой соседних остановок. Какое наименьшее количество рублей понадобится Пятачку, чтобы приехать в гости к Винни-Пуху?



Задача 6.2. Денис расставил числа в клетки квадрата 3×3 так, что в каждой строке и в каждом столбце одно число равно сумме двух других. А Лёша стёр числа 1, 2, 3 и 4 и вместо них написал буквы *A*, *B*, *C* и *D*. Получившийся квадрат изображён на рисунке.

A	**7**	*B*
5	**8**	**3**
C	**1**	*D*

Где какие числа стояли первоначально?

(a) Вместо буквы *A*
(b) Вместо буквы *B*
(c) Вместо буквы *C*
(d) Вместо буквы *D*

(1) стояло число 1.
(2) стояло число 2.
(3) стояло число 3.
(4) стояло число 4.

Задача 6.3. В 8:00 рейсовый автобус выехал из города А и поехал в сторону города Б со скоростью 64 км/ч. Доехав до города Б, он сразу же развернулся и поехал обратно. В 12:30 автобусу оставалось 10 км до города А. Сколько километров от одного города до другого? (Всё время движения автобус ехал с постоянной скоростью.)

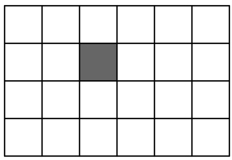
Задача 6.4. Три богатыря Алёша Попович, Добрыня Никитич и Илья Муромец, несколько дней января дежурят на границе. Каждый из богатырей один день дежурит и несколько дней отдыхает, потом опять один день дежурит и несколько дней отдыхает и т. д. Богатырь всегда отдыхает одно и то же число дней, но у разных богатырей количество дней отдыха может различаться. Известно, что 1 января дежурили Алёша и Добрыня, 5 января — Илья и Алёша, а 8 января — Добрыня и Илья. Какого января богатыри впервые будут на дежурстве все вместе?

Задача 6.5. Учитель написал на доске натуральное число. Руслан заметил, что

- при делении на 4 оно даёт остаток 1;
- при делении на 5 оно даёт остаток 2;
- при делении на 6 оно даёт остаток 3.

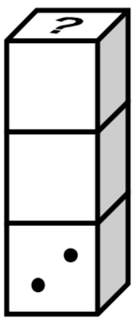
Какое наименьшее значение может принимать число, написанное на доске?

Задача 6.6. Из прямоугольника 4×6 вырезали одну клетку, как показано на рисунке. Сколько существует способов вырезать ещё одну клетку так, чтобы оставшуюся фигуру можно было разрезать на прямоугольники 1×2?



Задача 6.7. Есть 3 абсолютно одинаковых кубика, у каждого из которых на одной грани отмечена 1 точка, на другой — 2 точки, ..., на шестой — 6 точек. Причём на любых двух противоположных гранях суммарно отмечено 7 точек.

Из них сложили «башенку» так, что на каждой паре склеенных граней суммарно отмечено 5 точек. На всех гранях, кроме одной, все точки стёрли, как показано на рисунке. Сколько точек было отмечено на верхней грани?



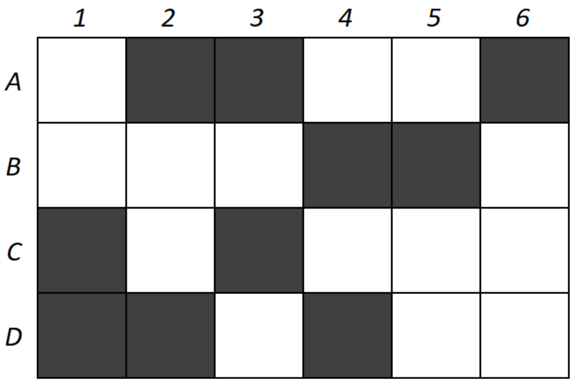
Задача 6.8. Однажды старый пират позвал к себе боцмана и кока и вручил им карту прямоугольного острова, показанную на рисунке.

- Старый пират: «Как вы видите, остров поделён на 24 квадратных области. В одной из 10 закрашенных областей я зарыл клад.»

Далее пират прошептал на ухо боцману лишь букву (A, B, C или D) области, где зарыл клад, а коку — лишь номер (1, 2, 3, 4, 5 или 6) этой области. Вечером того же дня между коком и боцманом состоялся следующий диалог.

- Боцман: «Я не знаю, где старый пройдоха зарыл клад, но я уверен, что и ты не знаешь этого!»
- Кок: «Ха! До разговора с тобой я тоже не знал, где клад, но теперь знаю!»
- Боцман: «Разрази меня гром! И я теперь знаю, где клад!»

В какой области старый пират зарыл клад?



7 класс

Задача 7.1. Из квадрата 5×5 вырезали одну клетку. Оставшуюся фигуру разрезали по границам клеток на прямоугольники так, что внутри каждого прямоугольника стоит ровно одно число, равное его площади.

Откуда могла быть вырезана клетка?

	1	2	3	4	5
A	**5**				
B				**2**	
C	**3**				
D		**4**		**2**	
E	**4**				**4**

(a) Строка *A*
(b) Строка *B*
(c) Строка *C*
(d) Строка *D*
(e) Строка *E*

(1) столбец 1
(2) столбец 2
(3) столбец 3
(4) столбец 4
(5) столбец 5

Задача 7.2. У короля есть три сундука с монетами. В одном сундуке все монеты золотые, а надпись на нём истинная. В другом сундуке все монеты серебряные, а надпись на нём ложная. В оставшемся сундуке все монеты медные, а про достоверность надписи ничего не известно. На сундуках написано следующее:

В каком сундуке что лежит?

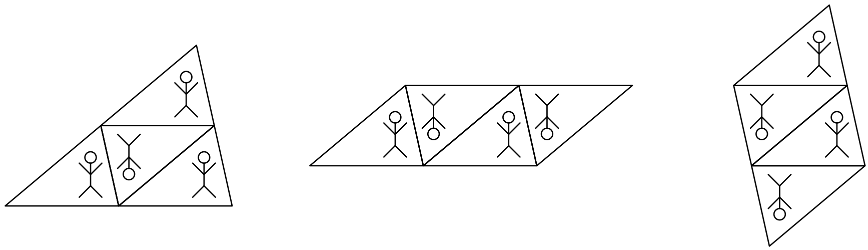
(a) В первом сундуке лежат
(b) Во втором сундуке лежат
(c) В третьем сундуке лежат

(1) золотые монеты
(2) серебряные монеты
(3) медные монеты

Задача 7.3. Ваня заменил некоторые буквы алфавита однозначными или двузначными числами, используя только цифры 1, 2, 3 и 4 (разные буквы он заменял разными числами). Он записал слова ДЕНЬ, НОЧЬ, СВЕТ, ТЕНЬ в некотором порядке и получил 4 таких числа: 311124, 141434, 424434, 241434. А какое число получится при такой замене из слова ОТВЕТ?

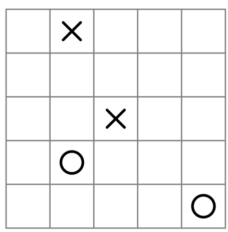
Задача 7.4. Фермер растил овец и баранов. Весной баранов было 40% от общего числа животных. Летом фермер купил несколько баранов, после чего овец стало 20%. А осенью он купил несколько овец, и баранов опять стало 40%. Во сколько раз увеличилось поголовье всего стада по сравнению с весной?

Задача 7.5. Из четырёх одинаковых треугольников можно составить три фигуры, изображённые на рисунке. Периметр одной из фигур равен 44 см. Найдите периметры двух других фигур, если известно, что периметр треугольника равен 21 см.



Задача 7.6. Паша и Вова решили сыграть в «Морской бой». Паша рисует на клетчатой доске 5×5 четыре корабля в виде прямоугольников 1×1, 1×3, 1×4 и 1×5 по линиям сетки (корабли не могут соприкасаться друг с другом даже по точке). Затем Вова поочерёдно называет клетки, в которые «стреляет» (Вова не знает расстановку кораблей Паши); в случае попадания он ставит в данную клетку крестик, а в случае промаха — нолик.

Вова сделал 4 выстрела. У него получилась следующая картина:



Какое наименьшее количество выстрелов придётся ещё сделать Вове, чтобы гарантированно потопить все Пашины корабли? (Корабль считается потопленным, если все клетки данного корабля были подбиты.)

Задача 7.7. На центральной улице города строят три новых многоэтажных дома. Пятого октября у каждого дома было построено несколько этажей, причём количество этажей в первом доме равнялось суммарному количеству этажей во втором и третьем домах.

Каждую следующую неделю второму дому достраивали в два раза больше этажей, чем достраивали первому, а третьему дому достраивали на один этаж меньше, чем достраивали второму (в разные недели количество достроенных этажей могло быть разным). Через 11 недель в каждом доме стало 40 этажей. Сколько этажей было построено у первого дома пятого октября?

Задача 7.8. В террариуме живут несколько хамелеонов. Каждый хамелеон может окраситься в один из трёх цветов: красный, синий и зелёный. Игорь следил за ними 4 дня и заметил следующее:

- Хамелеон весь день одного цвета, а на следующий день обязательно этот цвет меняет на один из двух других;
- Окрас каждого хамелеона на четвёртый день совпадал с его окрасом в первый день;
- Любые два хамелеона хотя бы в один из четырёх дней имели одинаковый окрас.

Сколько красных хамелеонов было в первый день, если известно, что в третий день было 20 зелёных хамелеонов, а в четвёртый — 13 синих?

8 класс

Задача 8.1. У Пети есть мешочек с карточками: на 14 карточках нарисована цифра «5» и ещё на нескольких нарисован знак «+».

С помощью пяти карточек с цифрой «5» и трёх карточек со знаком «+» Петя мог бы составить арифметическое выражение, равное 70:

$$55 + 5 + 5 + 5 = 70.$$

Но он решил использовать все карточки, находящиеся в мешочке, и смог составить арифметическое выражение, равное 295. Сколько карточек со знаком «+» могло быть в мешочке?

Задача 8.2. Семь гномов работали на золотом руднике. В первый день каждый гном нашёл несколько самородков золота — в таблице отмечено, кто сколько нашёл. Во второй день никто из гномов не нашёл новые самородки золота, поэтому каждый гном решил подарить по одному самородку всем гномам старше него — в таблице отмечено, сколько самородков оказалось у первых пяти гномов в конце второго дня.

Известно, что нет двух гномов, родившихся в один день. Сколько самородков оказалось у шестого и седьмого гномов?

	Первый день	Второй день
Первый гном	4	8
Второй гном	7	5
Третий гном	8	2
Четвёртый гном	6	6
Пятый гном	3	5
Шестой гном	1	?
Седьмой гном	5	?

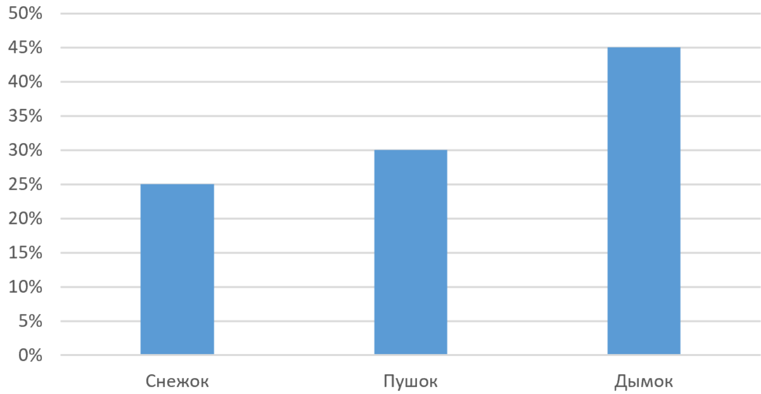
Задача 8.3. Андрей загадал 30 натуральных чисел. Про них известно, что

- 26 чисел делятся на 2;
- 25 чисел делятся на 3;
- 24 числа делятся на 4;
- 23 числа делятся на 5.

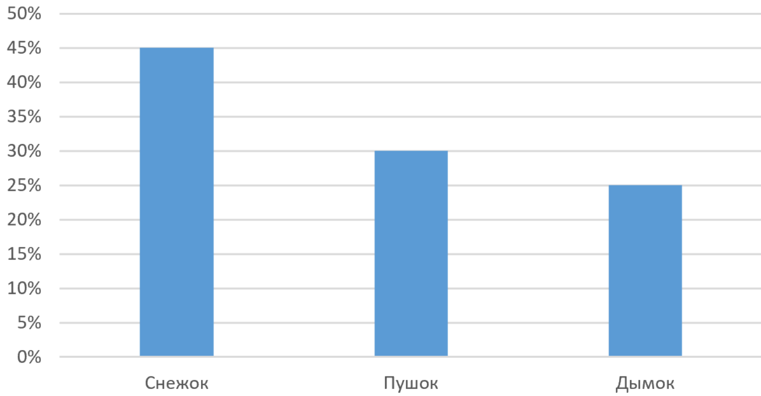
Какое наименьшее количество чисел может делиться на 60?

Задача 8.4. В одной социальной сети проходило голосование «Какой кот самый милый?» В голосовании участвовали коты Снежок, Пушок и Дымок.

К концу первого дня голосования распределение голосов было следующим:



В течение второго дня проголосовали ещё 2400 человек, при этом никто не отдал свой голос за Дымка. К концу второго дня голосования распределение голосов было следующим:



На этом голосование завершилось. Сколько человек приняли участие в голосовании?

Задача 8.5. Для написания контрольной работы 24 школьника посадили за круглый стол. Каждый из них произнёс две фразы:

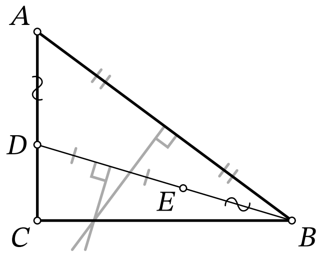
- Мой сосед слева за контрольную получит пятёрку.
- Мой сосед справа за контрольную не получит пятёрку.

После оглашения результатов контрольной выяснилось, что пятёрки получили только школьники, сказавшие ровно одно верное утверждение.

Какое наименьшее количество пятёрок могли поставить за контрольную?

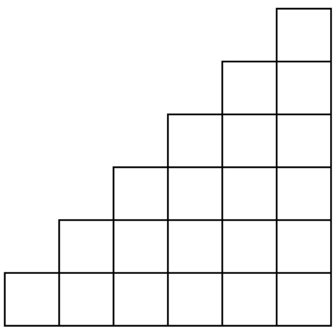
Задача 8.6. Если первый маляр будет работать 5 часов, второй — 6 часов, а третий — 8 часов, то они полностью покрасят забор. Если же первый маляр будет работать 4 часа, второй — 5 часов, а третий — 7 часов, то они покрасят только 85% забора. Сколько минут потребуется малярам, чтобы покрасить весь забор, если они будут работать все вместе одинаковое время?

Задача 8.7. На стороне AC прямоугольного треугольника ABC (угол C — прямой) отмечена точка D. На отрезке BD отмечена точка E так, что $BE = AD$. Оказалось, что серединные перпендикуляры к отрезкам AB и DE пересекаются на отрезке BC. Найдите длину отрезка BD, если известно, что $AD = 9$, $DC = 7$.



Задача 8.8. Найдите количество способов закрасить некоторые клетки «лесенки» так, чтобы выполнялись следующие условия:

- Ниже каждой закрашенной клетки либо нет других клеток, либо они все закрашены.
- В одном столбце закрашено 5 клеток, в другом — 4 клетки, в третьем — 3 клетки, ..., в последнем — 0 клеток.



9 класс

Задача 9.1. Клетки полоски 1×7 покрасили в красный, синий и зелёный цвета (все три цвета присутствуют). Оказалось, что среди всех клеток есть ровно 4, рядом с которыми есть соседняя по стороне клетка зелёного цвета. Какое наибольшее количество красных клеток может быть?

Задача 9.2. Из числа 345 Арнольд вычитает наименьший его натуральный делитель, отличный от 1. Из полученной разности он также вычитает наименьший её натуральный делитель, отличный от 1, и т. д. В некоторый момент Арнольд получил число 0 и остановился. Сколько всего он совершил вычитаний?

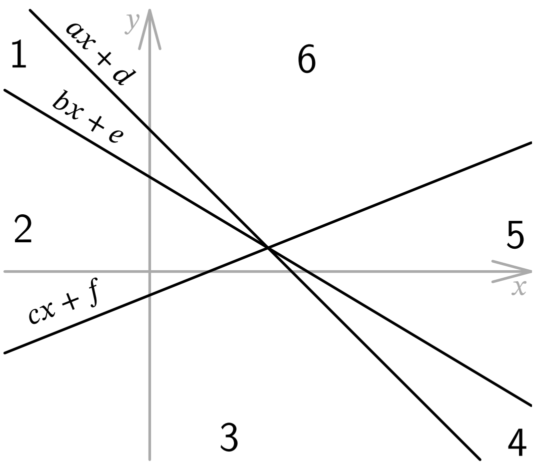
Задача 9.3. В пруду водится три вида рыб: окуни, щуки и карпы. Когда у рыбака спросили, сколько он сегодня поймал, он ответил:

«Окуней в 3 раза больше, чем остальной рыбы»;

«Щук в 9 раз меньше, чем остальной рыбы».

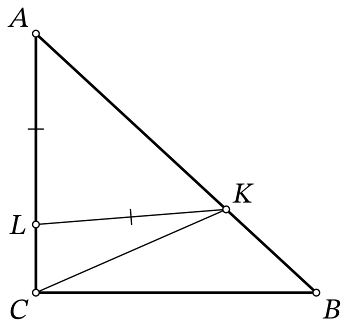
Сколько процентов от всего улова составляют карпы?

Задача 9.4. Графики трёх линейных функций $y = ax + d$, $y = bx + e$ и $y = cx + f$, схематично изображённые на рисунке, разбивают плоскость на 6 областей, пронумерованных цифрами от 1 до 6. Какие области пересечёт график функции $y = \left(\frac{a+b+c}{3}\right)x + \left(\frac{d+e+f}{3}\right)$? (Прямая пересекает область, если проходит через хотя бы одну её точку, не лежащую на границе области.)



Задача 9.5. Таня написала на доске несколько натуральных чисел. Оказалось, что среди них ровно одно делится на 10, ровно два делятся на 9, ровно три делятся на 8, ..., ровно восемь делятся на 3 и ровно девять делятся на 2. Какое наименьшее количество чисел могло быть на доске?

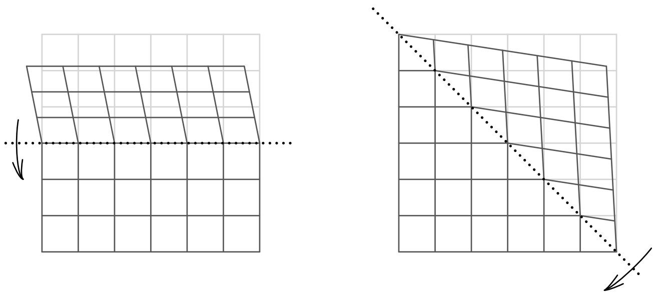
Задача 9.6. В прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузе AB отметили точку K так, что $AK = AC$. На катете AC отметили точку L так, что $LA = LK$. Найдите длину отрезка BK, если известно, что $AC = 19$ и $AL = 13$.



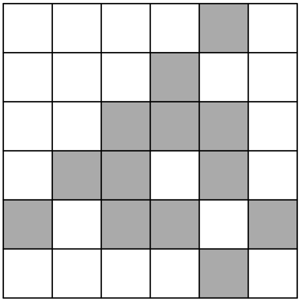
Задача 9.7. Перед матчем по квиддичу Рон пошёл в Хогсмид в лавку «Магические вещи, магические цены», чтобы купить предметы, приносящие удачу. В лавке продавалось 3 магических предмета данного типа: подковы, четырёхлистные клевера и кроличьи лапки. Подкова стоит 2 сикля, каждая лапка будет стоит 1 сикль плюс количество купленных подков, а каждый клевер будет стоит 3 сикля плюс количество купленных кроличьих лапок. Рон решил купить набор «Стопроцентная удача» из 14 предметов.

На обратном пути в Хогвартс Рон понял, что это самый дорогой набор из 14 предметов. Сколько сиклей стоил данный набор?

Задача 9.8. На бумажном квадрате 6×6 Дима закрашивает часть клеток. Потом Алёна берёт его квадрат и перегибает квадрат по центральной линии, затем разгибает его и перегибает второй раз по диагонали. Клетки, которые при перегибании совмещались с закрашенными, тоже закрашивались.



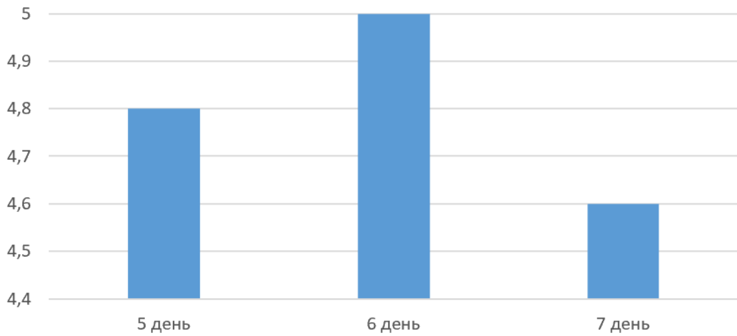
Сколько у Димы есть способов закрасить некоторые клетки так, чтобы после действий Алёны получился квадрат, показанный на рисунке?



10 класс

Задача 10.1. Рейтинг успешности выполнения домашнего задания — среднее арифметическое последних пяти оценок, полученных за домашнее задание.

В течение первых семи учебных дней Маша каждый день получала одну оценку за домашнее задание (по пятибалльной шкале). Начиная с пятого дня сразу после получения очередной оценки Маша вычисляла свой рейтинг успешности выполнения домашнего задания. Получились следующие результаты (см. рисунок).

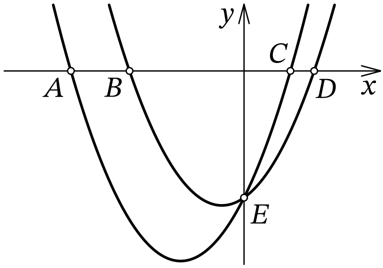


- Какую оценку она получила в первый день?
- Какую оценку она получила в шестой день?
- Какую оценку она получила в седьмой день?

Задача 10.2. В течение пяти дней Гриша решал задачи — всего он решил 31 задачу. Известно, что в каждый следующий день Гриша решал задач больше, чем в предыдущий, а в пятый день он решил в три раза больше задач, чем в первый. Сколько задач он решил в четвёртый день?

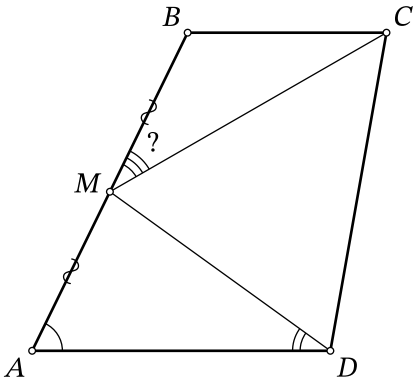
Задача 10.3. В клетчатом прямоугольнике отметили несколько клеток. Оказалось, что количество отмеченных клеток в любой строке в 3,5 раза больше, чем количество отмеченных в любом столбце. Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 126.

Задача 10.4. На чертеже схематично изображены графики квадратных трёхчленов $y = x^2 + 33x + a$ и $y = x^2 + 6x + a$. График первого из них проходит через точки A, C и E, график второго — через точки B, D и E. Найдите длину отрезка AB, если $CD = 11$.



Задача 10.5. На праздник в селение приехали туристы. За круглым столом собралось 45 человек: несколько туристов и несколько местных жителей. Каждый из них сказал, что его соседи — местный житель и турист. Оказалось, что правду сказали все местные жители, кроме двух человек, а все остальные, сидящие за столом, соврали. Сколько туристов сидело за круглым столом?

Задача 10.6. На боковой стороне AB трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) отмечена середина M. Известно, что $AD + BC = CD$, $\angle BAD = 56°$, $\angle MDA = 47°$. Сколько градусов составляет угол BMC?

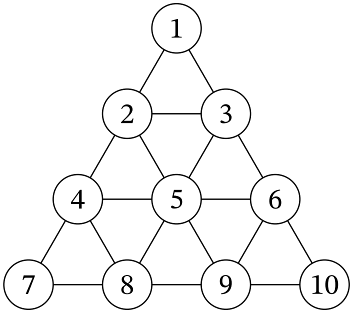


Задача 10.7. Про натуральные числа a и b известно, что

$$3(a + b) = \text{НОД}(a, b) + \text{НОК}(a, b).$$

Какое наименьшее значение может принимать ab?

Задача 10.8. Числа от 1 до 10 расставлены в узлах треугольной решётки, как показано на рисунке. Назовём два числа *близкими,* если они находятся в соседних узлах решетки. Сколько существует расстановок чисел таких, что любые два числа, близких на данном рисунке, в новой расстановке перестают быть близкими?


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

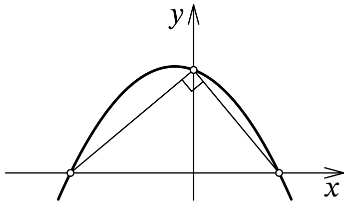
11 класс

Задача 11.1. В классе стоят несколько парт, за каждой из которых могут сидеть не более двух человек. В понедельник на уроки пришли 13 человек из 11 «А» класса, при этом ровно 9 парт остались незанятыми. Во вторник на уроки пришли уже 10 человек, при этом ровно 6 парт остались незанятыми. Сколько парт в классе?

Задача 11.2. Действительное число α таково, что $\sin\alpha + \cos\alpha = -0{,}8$. Найдите значение выражения $100\sin 2\alpha$.

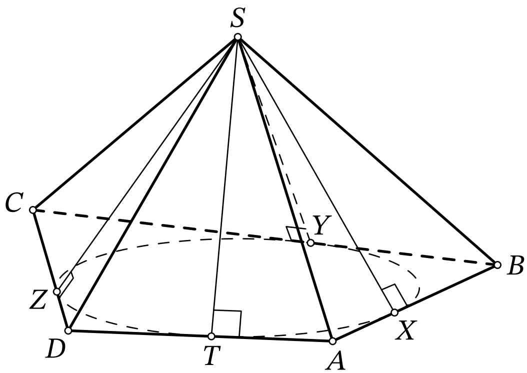
Задача 11.3. На доске было написано число 11753812252. Петя выбрал некоторую цифру и знак арифметической операции и вместо каждой выбранной цифры написал выбранный знак. Затем он сделал так ещё раз, но выбрав другие цифру и знак арифметической операции (знаки арифметических операций не могут стоять подряд). После его действий выражение на доске стало равно 100. Какие цифры на какие арифметические операции заменял Петя? Достаточно привести один пример.

Задача 11.4. График квадратного трёхчлена $y = ax^2 + bx + \frac{1}{6}$ пересекает оси координат в трёх точках, являющихся вершинами прямоугольного треугольника. Найдите a.



Задача 11.5. На доску записали несколько последовательных натуральных чисел, начиная с 5. Одно из чисел стёрли. Оказалось, что среднее арифметическое оставшихся равно $\frac{41}{3}$. Какое число стёрли?

Задача 11.6. Объём пирамиды $SABCD$ равен 60, а периметр её основания $ABCD$ равен 30. В треугольниках SAB, SBC, SCD и SDA проведены высоты SX, SY, SZ и ST соответственно. Оказалось, что точки X, Y, Z, T лежат на одной окружности радиуса 3, которая касается всех сторон четырёхугольника $ABCD$. Найдите сумму площадей всех пяти граней пирамиды $SABCD$.



Задача 11.7. Петя раскрасил клетки доски 10×10 в несколько цветов так, что в любой строке, как и в любом столбце, использовано не более трёх цветов. Какое наибольшее количество цветов мог использовать Петя?

Задача 11.8. Внутри квадрата $ABCD$ отмечена точка O. Известно, что $\angle AOD = 135^\circ$, $BO = 12$, $DO = 4$. Найдите AO.