**1.** Окружность с центром $O$ вписана в равнобедренную трапецию $ABCD$ с боковой стороной $AB$. а) Докажите, что треугольник $AOB$ - прямоугольный. б) Найдите площадь трапеции, если известно, что радиус окружности равен 2, а точка касания делит боковую сторону трапеции в отношении $1 :4$.

**2.** Диагональ $AC$ разбивает трапецию $ABCD$ с основаниями $AD$ и $BC$, причем $AD>BC$, на два подобных треугольника. а) Докажите, что$ ∠ABC=∠ACD$. б) Найдите отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, если известно, что $BC=18$, $AD=50$ и $\cos(∠CAD)=\frac{3}{5}$.

**3.** В ост­ро­уголь­ном тре­уголь­ни­ке $KMN$ про­ве­де­ны вы­со­ты $KB$ и $NA$. а) До­ка­жи­те, что угол $ABK$ равен углу $ANK$. б) Най­ди­те ра­ди­ус окруж­но­сти, опи­сан­ной около тре­уголь­ни­ка $ABM$, если из­вест­но, что $KN=3\sqrt{2}$ и $∠KMN=45°$.

**4.** В тре­уголь­ни­ке $ABC$ про­ве­де­ны вы­со­ты $AK$ и $CM$. На них из точек $M и K$ опу­ще­ны пер­пен­ди­ку­ля­ры $ME$ и $KH$ со­от­вет­ствен­но. а) До­ка­жи­те, что пря­мые $EH$ и $AC$ па­рал­лель­ны; б) Най­ди­те от­но­ше­ние $EH :AC$, если угол $ABC$ равен $30°$.

**5.** Квад­рат $ABCD$ впи­сан в окруж­ность. Хорда $CE$ пе­ре­се­ка­ет $BD$ в точке $K$. а) До­ка­жи­те, что $CK∙CE=BC∙AD$. б) Най­ди­те от­но­ше­ние $CE$ и $KE$, если $∠ECD=75°$.

**6.** Дана равнобедренная трапеция $KLMN$. Окружность с центром $O$, построенная на боковой стороне $KL$ как на диаметре, касается стороны $MN$ и второй раз пересекает большее основание $KN$ в точке $H$, точка $Q$ — середина $MN$. а) Докажите, что четырёхугольник $NQOH$ — параллелограмм. б) Найдите $KN$, если$ LM =1$ и $∠LKN=75°$ .

**7.** Первая окружность с центром $O$, вписанная в равнобедренный треугольник $KLM$, касается боковой стороны $KL$ в точке $B$, а основания $ML$ — в точке $A$. Вторая окружность с центром $O\_{1}$ касается основания $ML$ и продолжений боковых сторон. а) Докажите, что треугольник $OLO\_{1}$ прямоугольный. б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен $6$ и $AK = 16$.

**8.** Окружность, проходящая через вершины $A,C и D$ прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями $AD и BC$, пересекает меньшую боковую сторону $AB$ в точке $P$ и касается прямой $BC$. Известно, что $AD=CD$. а) Докажите, что $CP$ — биссектриса угла $ACB$. б) В каком отношении прямая $DP$ делит площадь трапеции?

**9.** В тра­пе­ции $ABCD$ точка $E$ — се­ре­ди­на ос­но­ва­ния $AD$, точка $M$ — се­ре­ди­на сто­ро­ны $AB$. От­рез­ки $CE$ и $DM$ пе­ре­се­ка­ют­ся в точке $O$. а) До­ка­жи­те, что пло­ща­ди четырёхуголь­ни­ка $AMOE$ и тре­уголь­ни­ка $COD$ равны. б) Най­ди­те, какую часть от пло­ща­ди тра­пе­ции со­став­ля­ет пло­щадь четырёхуголь­ни­ка $AMOE$, если $BC=3$, $AD=4$.

**10.** В тре­уголь­ни­ке $ABC$ про­ве­де­на бис­сек­три­са $AM$. Пря­мая, про­хо­дя­щая через точку $B$ пер­пен­ди­ку­ляр­но $AM$, пе­ре­се­ка­ет сто­ро­ну $AC$ в точке $N$. $AB=6$; $BC=5$; $AC=9$. а) до­ка­жи­те, что бис­сек­три­са угла $C$ делит от­ре­зок $MN$ по­по­лам; б) пусть $P$ — точка пе­ре­се­че­ния бис­сек­трис тре­уголь­ни­ка $ABC$. Най­ди­те от­но­ше­ние $AP :PN$.

**1.** Окружность с центром $O$ вписана в равнобедренную трапецию $ABCD$ с боковой стороной $AB$. а) Докажите, что треугольник $AOB$ - прямоугольный. б) Найдите площадь трапеции, если известно, что радиус окружности равен 2, а точка касания делит боковую сторону трапеции в отношении $1 :4$.

**2.** Диагональ $AC$ разбивает трапецию $ABCD$ с основаниями $AD$ и $BC$, причем $AD>BC$, на два подобных треугольника. а) Докажите, что$ ∠ABC=∠ACD$. б) Найдите отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, если известно, что $BC=18$, $AD=50$ и $\cos(∠CAD)=\frac{3}{5}$.

**3.** В ост­ро­уголь­ном тре­уголь­ни­ке $KMN$ про­ве­де­ны вы­со­ты $KB$ и $NA$. а) До­ка­жи­те, что угол $ABK$ равен углу $ANK$. б) Най­ди­те ра­ди­ус окруж­но­сти, опи­сан­ной около тре­уголь­ни­ка $ABM$, если из­вест­но, что $KN=3\sqrt{2}$ и $∠KMN=45°$.

**4.** В тре­уголь­ни­ке $ABC$ про­ве­де­ны вы­со­ты $AK$ и $CM$. На них из точек $M и K$ опу­ще­ны пер­пен­ди­ку­ля­ры $ME$ и $KH$ со­от­вет­ствен­но. а) До­ка­жи­те, что пря­мые $EH$ и $AC$ па­рал­лель­ны; б) Най­ди­те от­но­ше­ние $EH :AC$, если угол $ABC$ равен $30°$.

**5.** Квад­рат $ABCD$ впи­сан в окруж­ность. Хорда $CE$ пе­ре­се­ка­ет $BD$ в точке $K$. а) До­ка­жи­те, что $CK∙CE=BC∙AD$. б) Най­ди­те от­но­ше­ние $CE$ и $KE$, если $∠ECD=75°$.

**6.** Дана равнобедренная трапеция $KLMN$. Окружность с центром $O$, построенная на боковой стороне $KL$ как на диаметре, касается стороны $MN$ и второй раз пересекает большее основание $KN$ в точке $H$, точка $Q$ — середина $MN$. а) Докажите, что четырёхугольник $NQOH$ — параллелограмм. б) Найдите $KN$, если$ LM =1$ и $∠LKN=75°$ .

**7.** Первая окружность с центром $O$, вписанная в равнобедренный треугольник $KLM$, касается боковой стороны $KL$ в точке $B$, а основания $ML$ — в точке $A$. Вторая окружность с центром $O\_{1}$ касается основания $ML$ и продолжений боковых сторон. а) Докажите, что треугольник $OLO\_{1}$ прямоугольный. б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен $6$ и $AK = 16$.

**8.** Окружность, проходящая через вершины $A,C и D$ прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями $AD и BC$, пересекает меньшую боковую сторону $AB$ в точке $P$ и касается прямой $BC$. Известно, что $AD=CD$. а) Докажите, что $CP$ — биссектриса угла $ACB$. б) В каком отношении прямая $DP$ делит площадь трапеции?

**9.** В тра­пе­ции $ABCD$ точка $E$ — се­ре­ди­на ос­но­ва­ния $AD$, точка $M$ — се­ре­ди­на сто­ро­ны $AB$. От­рез­ки $CE$ и $DM$ пе­ре­се­ка­ют­ся в точке $O$. а) До­ка­жи­те, что пло­ща­ди четырёхуголь­ни­ка $AMOE$ и тре­уголь­ни­ка $COD$ равны. б) Най­ди­те, какую часть от пло­ща­ди тра­пе­ции со­став­ля­ет пло­щадь четырёхуголь­ни­ка $AMOE$, если $BC=3$, $AD=4$.

**10.** В тре­уголь­ни­ке $ABC$ про­ве­де­на бис­сек­три­са $AM$. Пря­мая, про­хо­дя­щая через точку $B$ пер­пен­ди­ку­ляр­но $AM$, пе­ре­се­ка­ет сто­ро­ну $AC$ в точке $N$. $AB=6$; $BC=5$; $AC=9$. а) до­ка­жи­те, что бис­сек­три­са угла $C$ делит от­ре­зок $MN$ по­по­лам; б) пусть $P$ — точка пе­ре­се­че­ния бис­сек­трис тре­уголь­ни­ка $ABC$. Най­ди­те от­но­ше­ние $AP :PN$.