

Возможные решения

8й класс 1-й вариант

Задача 1. Неизвестная плотность

Внешний объем вазы $hS = 4800 \text{ см}^3$. Объем стекла $m_1/\rho_1 = 600 \text{ см}^3$. Тогда внутренний объем вазы равен $V = 4200 \text{ см}^3 = 4,2 \text{ л}$. Заметим, что этот объем равен объему налитого масла.

Плотность масла равна $\frac{m_2 - m_1}{V} = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Задача 2. Звёздная почта

Люк отправил первое сообщение в 14.00, а второе в 14.50. То есть между отправкой двух сообщений прошло 50 минут. Лея получила эти сообщения в 10.10 и в 10.58 по марсианскому времени, то есть прошло 48 марсианских минут. По условию расстояние между Землёй и Марсом не изменилось, значит оба сообщения одинаковое время были в пути. Отсюда 50 минут земного времени равны 48 минутам марсианского времени.

Лея получила первое сообщение в 10.10 и отправила ответное сообщение в 10.34, то есть между получением и отправкой сообщения прошло 24 минуты по марсианскому времени, или 25 минут по земному времени.

С момента отправки Люком первого сообщения до получения ответа прошло 33 минуты (по земному времени). Из них 25 минут (по земному времени) Лея писала ответ, следовательно, 8 минут ушло на доставку сообщений. Отсюда получаем, что сигнал от Земли до Марса идет 4 минуты, а расстояние между планетами равно 72 000 000 км.

Задача 3. Фокусы с переливанием

Суммарная масса воды и льда в двух стаканах сохраняется, тогда масса содержимого второго стакана равна 100 г.

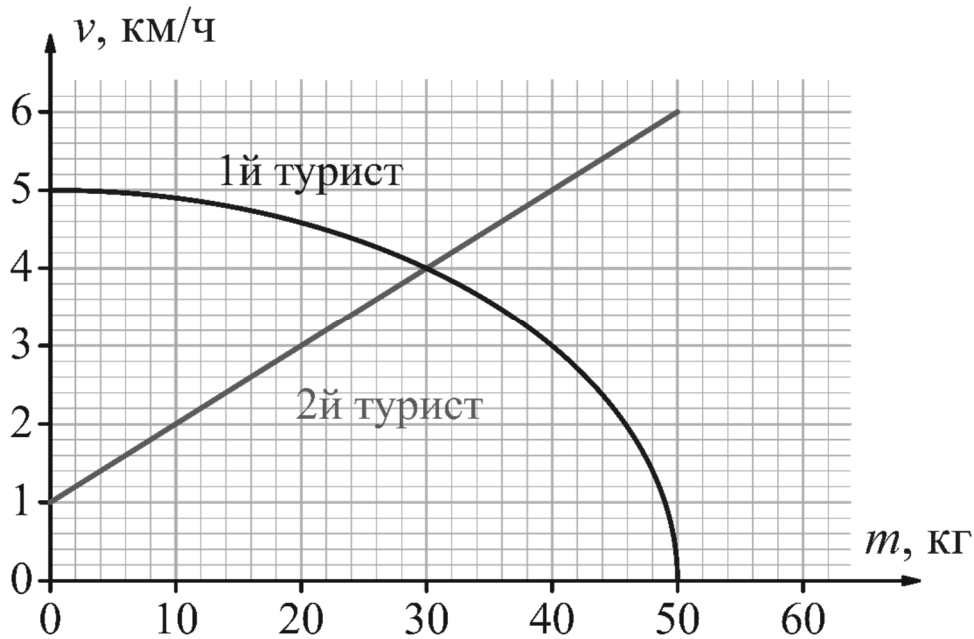
Для того, чтобы расплавить 50 г льда потребуется 16,8 кДж теплоты. Если мы охладим 100 г воды в первом стакане до температуры 0°C , то выделится 25,2 кДж теплоты. Если теперь смешать 50 г воды с температурой 0°C и 150 г воды с температурой 20°C из второго стакана, получится 200 г воды с температурой 15°C . Это ровно то, что оказалось в первом стакане после переливаний.

Поскольку при охлаждении горячей воды выделяется больше теплоты, чем требуется для плавления льда, можно сделать вывод, что весь лёд растает. Тогда $(25,2 - 16,8) = 8,4$ кДж теплоты останется на нагревание 100 г воды во втором стакане. Следовательно температура во втором стакане будет равна 20°C .

Задача 4. Туристы и груз

Вначале предположим, что туристы перенесут грузы за один заход и не будут возвращаться обратно за следующей партией груза. Если первый турист несет груз массой m , то второй должен нести груз массой $M - m$. Для второго туриста перестроим график и отобразим на графике зависимость скорости 2го туриста от $M - m$. На графике найдем точку пересечения зависимостей, это точка $m = 30$ кг. То есть первый турист должен нести груз 30 кг, а второй $M - m = 20$ кг. Поскольку точка пересечения единственная, это единственное решение задачи. Соответствующая скорость движения туристов равна 4 км/ч, следовательно, они смогут доставить продукты за 2,5 часа.

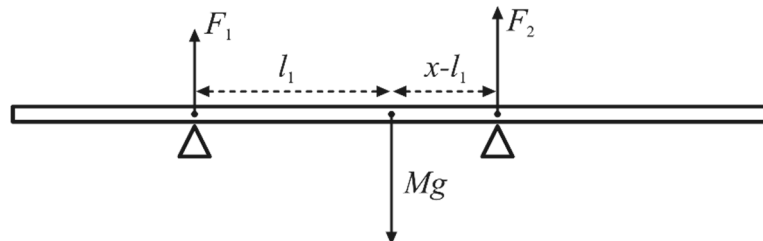
Теперь предположим, что туристы возвращались назад. Максимальная скорость туристов не больше 6 км/ч, следовательно, если туристы перенесли продукты за 2 захода, они потратили больше времени, чем за один заход при движении со скоростью 4 км/ч.



Задача 5. Утро в сосновом лесу

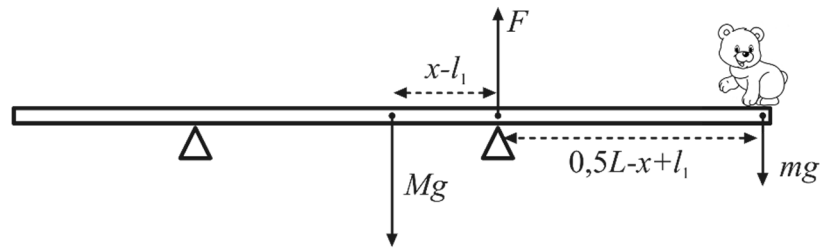
Рассмотрим условие равновесия дерева. Обозначим расстояние между опорами x , расстояние от центра масс дерева до первой опоры l_1 , тогда расстояние до второй опоры $x - l_1$. Запишем правило рычага относительно первой опоры $Mgl_1 = F_2x$

Аналогично записываем относительно второй опоры $Mg(x - l_1) = F_1x$



Из этих уравнений получаем $Mg = F_1 + F_2$ и $l_1 = \frac{F_2}{F_1 + F_2}x = \frac{2}{3}x = 2 \text{ м}$.

Теперь рассмотрим условие того, что бревно не опрокинется, когда по нему пройдет медвежонок. Очевидно, что максимальный момент силы медвежонок будет создавать, когда дойдет до края бревна. При этом медвежонок должен находиться как можно дальше от опоры, на расстоянии $\frac{1}{2}L - (x - l_1) = 2 \text{ м}$ от второй опоры. При максимальной массе медвежонка сила реакции первой опоры станет равна 0, а на дерево будут действовать только три силы: сила тяжести дерева Mg , сила реакции второй опоры и сила тяжести медвежонка mg . Запишем равенство моментов сил относительно второй опоры



$$Mg(x - l_1) = mg\left(\frac{1}{2}L - (x - l_1)\right)$$

Отсюда получаем, что максимальная масса медвежонка

$$m = \frac{Mg(x - l_1)}{g\left(\frac{1}{2}L - (x - l_1)\right)} = \frac{(F_1 + F_2)(x - l_1)}{g\left(\frac{1}{2}L - (x - l_1)\right)} = 30 \text{ кг}$$

8й класс 2-й вариант

Задача 1. Неизвестная плотность

Масса налитой в вазу воды равна $m_2 - m_1 = 3100$ г. Внешний объём вазы $hS = 3600$ см³, тогда объём стекла $V = hS - \frac{m_2 - m_1}{\rho_2} = 500$ см³. Плотность стекла найдём как отношению массы к

$$\text{объёму стекла } \frac{m_1}{V} = 2,4 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 2400 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Задача 2. Звёздная почта

Люк отправил первое сообщение в 10.10, а второе в 11.00. То есть между отправкой двух сообщений прошло 50 минут. Лея получила эти сообщения в 14.15 и в 15.03 по марсианскому времени, то есть прошло 48 марсианских минут. По условию расстояние между Землёй и Марсом не изменилось, значит оба сообщения одинаковое время были в пути. Отсюда 50 минут земного времени равны 48 минутам марсианского времени.

Лея получила первое сообщение в 14.15 и отправила ответное сообщение в 14.39, то есть между получением и отправкой сообщения прошло 24 минуты по марсианскому времени, или 25 минут по земному времени.

С момента отправки Люком первого сообщения до получения ответа прошло 37 минут (по земному времени). Из них 25 минут (по земному времени) Лея писала ответ, следовательно, 12 минут ушло на доставку сообщений. Отсюда получаем, что сигнал от Земли до Марса идет 6 минуты, а расстояние между планетами равно 108 000 000 км.

Задача 3. Фокусы с переливанием

Суммарная масса воды и льда в двух стаканах сохраняется, тогда масса содержимого второго стакана равна 250 г.

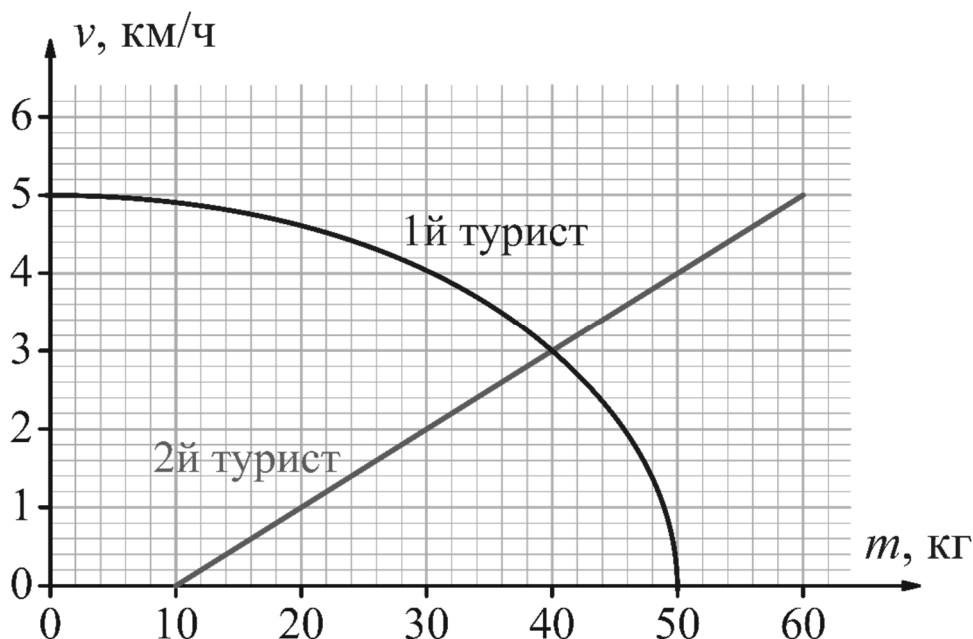
Для того, чтобы расплавить 100 г льда потребуется 33,6 кДж теплоты. Если мы охладим 200 г воды в первом стакане до температуры 0°C, то выделится 54,6 кДж теплоты. Если теперь смешать 50 г воды с температурой 0°C и 100 г воды с температурой 15°C из второго стакана, получится 150 г воды с температурой 10°C. Это ровно то, что оказалось в первом стакане после переливаний.

Поскольку при охлаждении горячей воды выделяется больше теплоты, чем требуется для плавления льда, можно сделать вывод, что весь лёд растает. Тогда горячая вода отдаст не все тепло, $(54,6 - 33,6) = 21$ кДж теплоты останется на нагревание 250 г воды от температуры 0°C. Следовательно температура во втором стакане будет равна 20°C.

Задача 4. Туристы и груз

Вначале предположим, что туристы перенесут грузы за один заход и не будут возвращаться обратно за следующей партией груза. Если первый турист несет груз массой m , то второй должен нести груз массой $M - m$. Для второго туриста перестроим график и отобразим на графике зависимость скорости 2го туриста от $M - m$. На графике найдем точку пересечения зависимостей, это точка $m = 40$ кг. То есть первый турист должен нести груз 40 кг, а второй $M - m = 30$ кг. Поскольку точка пересечения единственная, это единственное решение задачи. Соответствующая скорость движения туристов равна 4 км/ч, следовательно, они смогут доставить продукты за 4 часа.

Теперь предположим, что туристы возвращались назад. Максимальная скорость туристов не больше 6 км/ч, следовательно, если туристы перенесли продукты за 2 захода, они потратили больше времени, чем за один заход при движении со скоростью 3 км/ч.

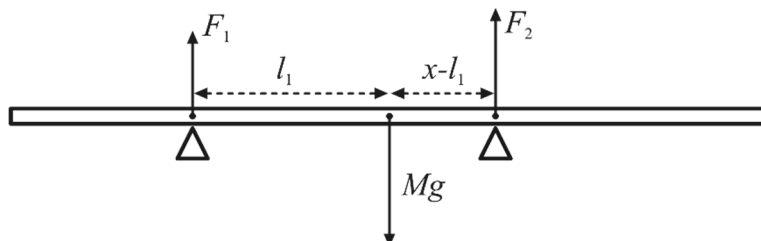


Задача 5. Утро в сосновом лесу

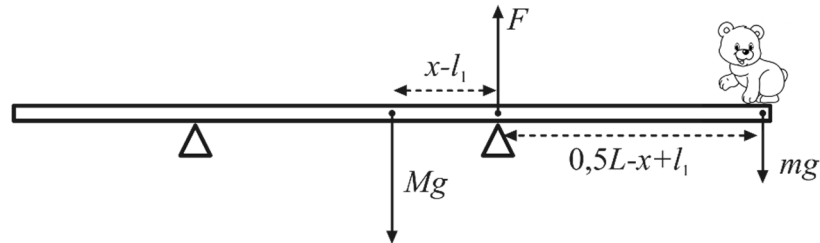
Рассмотрим условие равновесия дерева. Обозначим расстояние между деревьями-опорами $x = 4$ м, расстояние от центра масс дерева до первой опоры l_1 , тогда расстояние до второй опоры $x - l_1$. Запишем правило рычага относительно первой опоры $Mgl_1 = F_2x$

Аналогично записываем относительно второй опоры $Mg(x - l_1) = F_1x$

Сложим уравнения и получим $Mg = F_1 + F_2$, тогда $l_1 = \frac{F_2}{F_1 + F_2}x = \frac{3}{4}x = 3$ м.



Теперь рассмотрим условие того, что бревно не опрокинется, когда по нему пройдет медвежонок. Очевидно, что максимальный момент силы медвежонок будет создавать, когда дойдет до края бревна. При этом медвежонок должен находиться как можно дальше от опоры, на расстоянии $\frac{1}{2}L - (x - l_1) = 3$ м от второй опоры. При максимальной массе медвежонка сила реакции первой опоры станет равна нулю, а на дерево будут действовать только три силы: сила тяжести дерева Mg , сила реакции второй опоры и сила тяжести медвежонка mg . Запишем равенство моментов сил относительно второй опоры



$$Mg(x - l_1) = mg\left(\frac{1}{2}L - (x - l_1)\right)$$

Отсюда получаем, что максимальная масса медвежонка

$$m = \frac{Mg(x - l_1)}{g\left(\frac{1}{2}L - (x - l_1)\right)} = \frac{(F_1 + F_2)(x - l_1)}{g\left(\frac{1}{2}L - (x - l_1)\right)} \approx 27 \text{ кг}$$